

DM1

Exercice 1

Résoudre le système suivant.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

Exercice 2

Soit E un ensemble. Soient A et B des sous-ensembles de E . Démontrer :

$$\mathbb{1}_{A \cup B} = \mathbb{1}_A + \mathbb{1}_B - \mathbb{1}_{A \cap B}$$

Exercice 3

1. Identité du parallélogramme

a) Soit $(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$. Démontrer :

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

b) Interpréter graphiquement ce résultat.

2. Soit $u \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$. Soit $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Démontrer :

$$\frac{z - u \bar{z}}{1 - u} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |u| = 1$$